第 41 卷　第 1 期　　天　文　学　进　展　　Vol. 41,　No. 1
2023 年 3 月　　PROGRESS IN ASTRONOMY　　Mar., 2023

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2023.01.01

月壤介电常数反演方法及应用

刘书宁[1,2,3]，苏　彦[1,2,3]，张宗煜[1,2,3]，戴　舜[1,2]，
洪天晟[1,2,3]，刘晨迪[1,2,3]，杜　维[1,2,3]，王瑞刚[1,2,3]

(1. 中国科学院　国家天文台，北京　100012；2. 中国科学院　月球与深空探测重点实验室，北京　100012；
3. 中国科学院大学，北京　100049)

摘要： 对月球的探测是人类在太空探索的第一步。介电常数是用来描述物质材料在外加电场中储存和释放能量能力的参数，对月壤介电常数的测量有助于人类研究月壤厚度和次表层结构，了解月球的起源和演化历史。人类主要通过对月壤样品进行检测、微波遥感探测以及雷达就位探测等三种方式测量月球表面和内部的介电常数。文章主要介绍了各国对月壤介电常数的反演方法、结果及介电常数的主要应用。同时，文章还结合测量结果，简要比较了各种测量方法的优劣，总结出各方法的差异，并基于之前的研究，展望了中国对检测嫦娥五号采集的月壤介电常数和反演火星介电常数的进程。

关　键　词： 月球；介电常数；微波遥感测量；雷达就位探测

中图分类号： P184.5　　　　**文献标识码：** A

1　引　言

月球，作为地球的一颗卫星，是距离地球最近的天体。它记录了一个天体早期形成和发展的独特历史，同时也记录了数十亿年间太空环境和太阳辐射的变化，对人类探索宇宙具有重要的科学意义[1]。探索月球，研究月球的特点，特别是它潜在的用途和资源，对于规划人类在太空的未来有着至关重要的作用[1]。因此，月球一直是人类探测太空的重要目标。1959 年 1 月 2 日，月球一号作为世界上第一个月球探测器，由前苏联成功发射；1969 年 7 月 21 日，美国航天员阿姆斯特朗代表人类在月球上成功迈出了第一步[2]。20 世纪中叶以来，随着航天技术与空间科学的发展，人类加快了探索月球以及深空的步伐。

在探月过程中，月壤及月球次表层结构是研究的重点之一，它可以帮助人们了解月球的起源和演化历史[3]。国内外的研究人员利用不同方式对月球进行探测，从而得到月球次

收稿日期： 2022-02-25；　**修回日期：** 2022-03-25

资助项目： 国家自然科学基金 (12073048)；中国科学院重点部署项目 (ZDBS-SSW-JS007)

通讯作者： 苏彦，suyan@bao.ac.cn

表层结构和月壤厚度的分布情况，使人们对月球的地形、结构和矿物资源有了更深刻的认识。因此，作为研究月壤介电特性和月壤厚度的关键，反演月壤的介电常数成为研究人员关注的焦点[2]。为了测量月壤介电常数，人们使用了诸多技术，如实验室直接测量月壤样品；利用微波遥感技术，通过像月球雷达探测仪 (lunar radar sounder, LRS)、微型合成孔径雷达 (miniature synthetic aperture radar, Mini-SAR)、微型无线电射频雷达 (miniature radio frequency, MiniRF) 等设备反演月壤介电常数。在我国的探月进程中，嫦娥三号和四号上都搭载了月球探测雷达 (lunar penetrating radar, LPR)，其获得的数据可以通过多种方法用来进行介电常数反演，如反射法、双曲线拟合法等。此外，嫦娥五号成功进行了钻孔采样任务，采回的月壤样品可以直接进行介电常数的测量。

本文综述了国内外研究人员对月壤介电参数反演的不同研究方法和成果，对于未来月球的研究，以及反演火星和其他行星的介电常数具有重要意义。

2 介电常数和损耗角正切

介电常数是用来描述物质材料在外加电场中储存和释放能量能力的参数，它反应了材料在外加电磁场作用下的极化程度[4]。在给定的电磁场中，电介质产生的极化越大，它的介电常数就越大[5]。通常情况下，介电常数以无量纲的相对介电常数来表示[6]，即

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \quad , \tag{1}$$

其中，ε 为物质的介电常数，ε_0 为自由空间或真空的介电常数。在一些情况下，相对介电常数也会表示成复数的形式：

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon_0} + \mathrm{j}\frac{\varepsilon''}{\varepsilon_0} = {\varepsilon_r}' + \mathrm{j}{\varepsilon_r}'' \quad , \tag{2}$$

其中，${\varepsilon_r}'$ 是复介电常数的实部，表示能量的存储，也是通常意义下的介电常数；${\varepsilon_r}''$ 是虚部，与介质的能量损耗有关，可以用来计算下文介绍的介质的损耗角正切。介电常数和损耗角正切是研究月壤介电特性的两个重要参数。

损耗角正切描述了表征电介质材料在施加电场后介质 能量损耗大小的物理量，可以表示成复介电常数虚部与实部的比值[7]，即

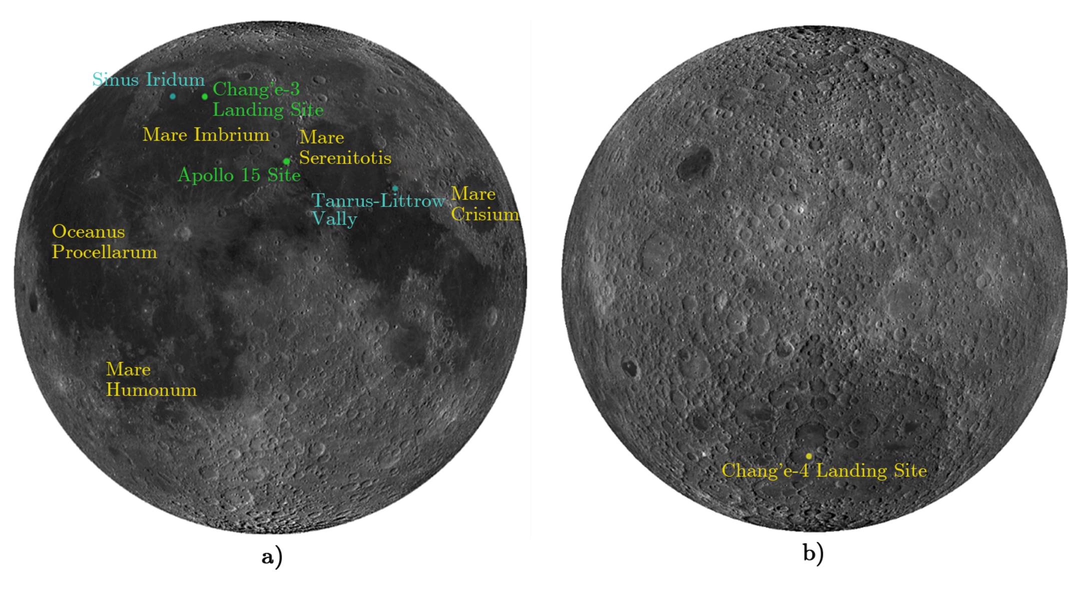
$$\tan\delta = \frac{{\varepsilon_r}''}{{\varepsilon_r}'} \quad . \tag{3}$$

Olhoeft 等人[8]在研究月壤样品的介电特性时发现，当温度低于 200 °C ，干燥月壤的介电常数与高于几千赫兹的探测频率无关。因此，在探地雷达 (ground penetrating radar, GPR) 工作频段内，介电常数实部和虚部随频率变化趋势相近，GPR 频段内介电损耗随频率的变化可以忽略[9]。

研究月壤的介电常数和损耗角正切，可以了解月壤的介电特性，从而反演月壤厚度和次表层结构。同时，人们还可以根据介电常数和损耗角正切探索是否存在水冰，对月球资源的勘探、开发和利用都具有重要的意义。

3 介电常数反演方法

相对介电常数与月壤的体密度、电磁波速度和损耗角正切紧密相关，因此，准确测量相对介电常数对于观测月球至关重要。目前，各国对月球材料介电常数的测量方式主要可以分为三种：直接对月壤样品检测，微波遥感探测以及雷达就位探测[10]。图 1 分别标注出了本文所涉及的各国对月壤介电常数的探索区域。其中，在月球正面的黄色字体标注的是日本发射的搭载在 Kaguya 航天器上的月球雷达测深仪探测介电常数的地点，蓝色字体标注的是月球勘测轨道飞行器探测介电常数的地点，绿色标注的两处分别是嫦娥三号着陆点和 Apollo15 号着陆点。此外，在月球背面标注出嫦娥四号着陆点。



注：a) 月球正面；b) 月球背面。

图 1 本文涉及的各国对月壤介电常数探索区域

3.1 月壤样品实验室检测

对月壤样品直接进行介电常数测量是最直接最精确的方法。20 世纪中叶后期美国 Apollo 系列对月球进行采样任务，带回了大量月壤样品。人们利用同轴谐振腔[11]、短路波导法[12]和传输线法[13]等方法，测量得出月壤样品的相对介电常数在 2.3 ∼ 6.5 之间[1]。

Olhoeft 和 Strangway[14]分析了将近 92 个 Apollo 月壤样品来研究月球表面以下 100 m 物质的介电特性。他们通过在受控实验室条件下研究几个从 1 ∼ 3 m 深度采样的月壤样本，根据月壤介电常数和损耗角正切关于密度与 FeO 和 TiO_2 含量的经验公式[1]，预估了雨海地区月壤的相对介电常数为 2.5 ∼ 3.5：

$$\varepsilon_r{}' = 1.919^{\rho} \quad , \tag{4}$$

$$\tan\delta = \frac{\varepsilon_r{}''}{\varepsilon_r{}'} = 10^{0.038S+0.312\rho-3.26} \quad , \tag{5}$$

其中，ρ 和 S 分别表示体密度和 $FeO + TiO_2$ 的百分含量。但由于他们检测的数据仅来自月球表面的细粒，并不能代表较大的岩石混合物或固体岩石。因此，他们认为对 100 m 深的月壤的估计结果可能只适用于月表以下 7 ~ 10 m。

基于 Carrier 等得到的经验公式，Fa 和 Jin[15]通过其他方法测量得到月壤中矿物质的含量，并假设密度 $\rho = 1.8\ g/cm^3$，从而计算出介电常数和损耗角正切。一种普遍的方法是通过光谱仪或伽马射线光谱仪 (gamma ray spectrometer, GRS) 反演得到 FeO 和 TiO_2 的含量和分布，然后通过经验公式来估计介电常数。

3.2 基于微波遥感测量

3.2.1 基于菲涅尔反射模型反演法

2007 年 11 月 20 日，日本发射了 Kaguya 航天器 (selenological and engineering explorer, SELENE)，其上搭载了月球雷达测深仪 (LRS)[16]。LRS 使用了 5 MHz 的频段，可以探测月表数千米以下的数据。Ono 等人[16]利用反射信号探测正面月海区域的地下结构，他们观测到在东北部的 Imbrium, Crisium 和 Oceanus Procellarum 地区存在地下多层结构。为了判断检测到的回波信号是否是次表层波，他们需要计算该地区次表层的介电常数。他们使用了地表回波幅度、地下回波幅度和地下回波相对于地表回波的时间延迟这 3 个独立的观测参数，并假设正入射和顶层介电常数的适中值为 4，逆向求解真空和两个地下层的菲涅尔模型，从而计算出月球表层材料的损耗角正切和第二层材料的介电常数，结果见表 1。

表 1 Procellarum, Imbrium 和 Crisium 地区介电常数和损耗角正切[16]

	参数	Procellarum (44.5°N, 69.3°W)	Imbrium (36.0°N, 15.3°W)	Crisium (57.0°N, 15.5°W)
最上层	$\tan\delta$	0.001 ~ 0.019	0.001 ~ 0.016	0.002 ~ 0.005
第二层	ε	5.86 ~ 8.08	5.77 ~ 9.04	6.45 ~ 6.76
	$\tan\delta$	0.001 ~ 0.010	0.001 ~ 0.008	0.002
第三层	ε	7.64 ~ 11.03	7.52 ~ 11.89	9.25 ~ 9.71

从结果来看，介电常数总体上随着深度的增加而增大。他们获得的结果与 Apollo 样品测量的结果一致。

3.2.2 雷达深度与月壤厚度比值法

Ishiyama 等人[17]也利用了搭载在日本航天器 Kaguya 上的月球雷达探测仪 (LRS)、多波段成像仪 (multiband imager, MI) 和地形相机 (terrain camera) 三方面数据，通过确定月球 Mare Humorum 和 Mare Serenitatis 地区最上层玄武岩至数百米深处的介电常数和孔隙率，研究两个地区熔岩流单元下方的地质情况。文章提出了一种利用视雷达深度 (apparent radar depth，表示当介质的介电常数为 1 时，雷达波的穿透深度) 与最上层玄武岩层厚度的比值来计算月球最上层玄武岩层介电常数的方法，即

$$\varepsilon_r = \left(\frac{c \cdot \Delta t}{2} \cdot \frac{1}{d}\right)^2 = \left(\frac{d_{\rm radar}}{d}\right)^2 \quad , \tag{6}$$

其中，c 表示光速，Δt 表示 LRS 测量的陨石坑附近地表回波与地下回波之间的时间延迟，$d_{\rm radar}$ 表示视雷达深度，d 表示最上面玄武岩层的厚度。他们估算得出的结果显示，在 Mare

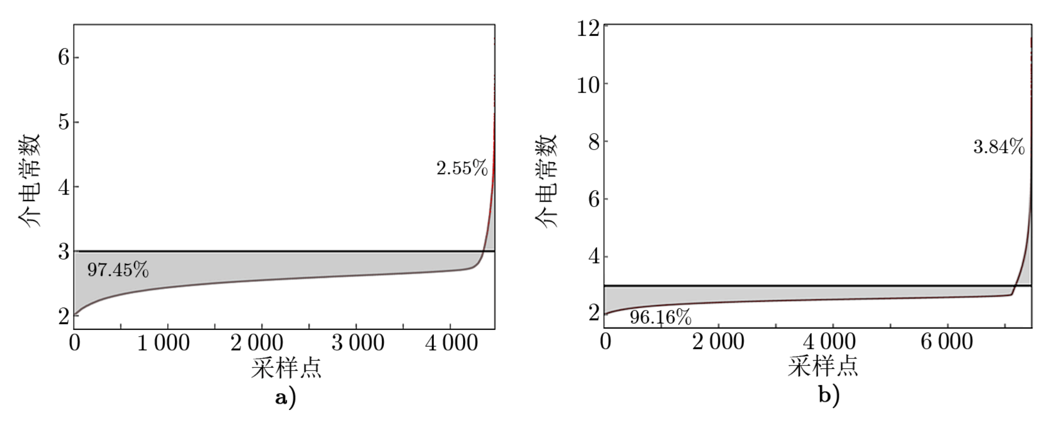
Humorum 的熔岩流单元中最上层玄武岩层的介电常数为 2.8 ~ 5.5，在 Mare Serenitatis 的熔岩流单元中为 4.2 ~ 18.0。然而，这个结果与之前的基于月球雷达观测的工作中假设的介电常数 8 ~ 9 相比小了很多[18]，为此，作者认为这种情况可能是由于最上层玄武岩层的孔隙率导致的。

3.2.3 粒子各向异性法

Verma 等人[19]根据月球勘测轨道飞行器 (Lunar Reconnaissance Orbiter, LRO) 上的 MiniRF SAR 数据，介绍了一种使用 SAR 数据估算月球表面介电常数的模型，并将该模型应用到 Apollo 着陆点 Taurus-Littrow 山谷和 Sinus Iridium 地区的 MiniRF SAR 数据上。首先，利用这些以 Stokes 参数形式的 SAR 图像推导出相干矩阵，并且将导出的相干矩阵用粒子的各向异性表示；接着，将相干矩阵的元素与 Cloude 提供的相干矩阵相比较[20]，得到粒子各向异性与相干矩阵元素之间的关系；最后，根据得到的粒子各向异性确定介电常数。介电常数的表达式为：

$$\varepsilon_r = \frac{1}{A_p} + \left| \frac{1}{A_p} - (2A_p - 1) \right| \quad , \tag{7}$$

其中，A_p 就代表了粒子各向异性。应用这个模型，Verma 等人[19]计算了 Taurus-Littrow 山谷和 Sinus Iridium 地区的月表介电常数，结果如图 2 所示。



注：a) Taurus-Littrow 山谷地区；b) Sinus Iridium 地区。

图 2 Taurus-Littrow 山谷和 Sinus Iridium 地区的月表介电常数[19]

在 Taurus-Littrow 山谷地区，平均介电常数为 2.56 ± 0.25，其中 97.45% 的采样点介电常数小于 3。类似地，对于 Sinus Iridum 地区，平均介电常数为 2.54 ± 0.43，其中绝大多数采样点的介电常数小于 3。他们发现，粒子各向异性法计算出的 Taurus-Littrow 山谷地区介电常数，更接近于之前的结果。相比于实验室测量月壤介电常数的方法，这个方法更容易实现，因为它不需要月表材料的组成、含量和体密度等数据，而只要利用微波散射信息来估计介电常数。作者认为，这个模型不仅可以用于月球，还可以估计其他天体的介电常数。

3.2.4　亮温光谱模型反演法

在之前的研究中，微波频率下的介电常数通常只能基于来自 Apollo 采集的月壤样品中 FeO 和 TiO_2 含量和其光谱反照率来进行估算[21]，但这种方法很大程度上限制了结果校准的准确性。因此，Gong 等人[22]将 Diviner IR 测量的表面温度和月球风化层密度与中国嫦娥一号和二号微波多通道辐射计观测数据相结合，来估算 Apollo 15 站点和月球赤道高地的风化层在多种频率下的有效介电常数。作者利用了 Diviner 月球红外辐射计测量到的月球表面温度与 Apollo 热流探测器得到的次表层的热特性，建立了一个预测在微波中月球风化层的亮温光谱的模型：

$$T_{Bv} = (1 - r_v) \int_0^{\infty} \rho(z) k_v(z) T(z) \mathrm{e}^{-\int_0^z \rho(z') k_v(z') \mathrm{d}z'} \mathrm{d}z \quad , \tag{8}$$

其中，r_v 是在频率 v 下的表面反射率，$\rho(z)$ 代表密度，$k_v(z)$ 是吸收系数，主要与介电常数 ε_r 的虚部有关，$T(z)$ 代表月球表面测量地的物理温度曲线。在这个表达式里，r_v 和 k_v 是未知数，可以利用嫦娥一号和二号上的微波辐射计测量的数据，并结合最小均方的方法，得到风化层表面有效反射率 r_v 和吸收系数 k_v，从而推导出有效复介电常数关于不同频率的表达式，计算出不同介电常数。有效介电常数的实部可以根据公式 $r_v = \left|(1 - \sqrt{\varepsilon_r{}'})(1 + \sqrt{\varepsilon_r{}''})\right|^2$ 计算出来，虚部可以根据公式 $\varepsilon_r{}'' = k_v \bar{\rho} c \sqrt{\varepsilon_v{}'}/(2\pi f)$ 得到。他们得到在不同频率通道下复介电常数，如图 3 和图 4 所示，分别给出 Apollo 15 号站点地区和月球赤道高地分化层的复介电常数估计结果。

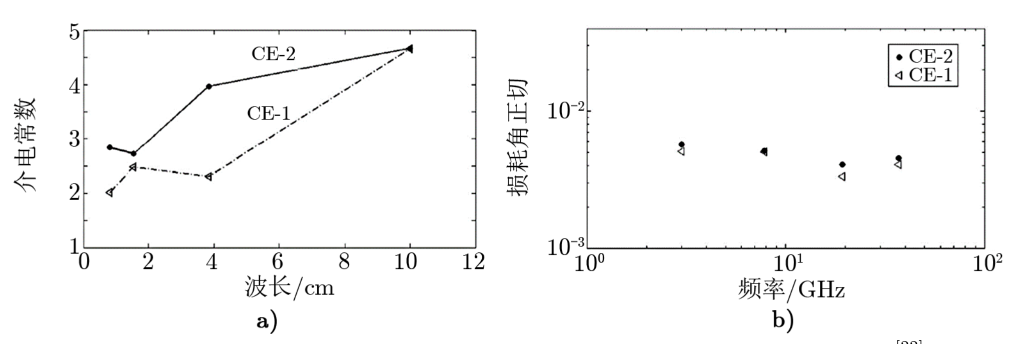


图 3　由嫦娥一号和二号亮温数据在 Apollo 15 站点反演的有效复介电常数[22]

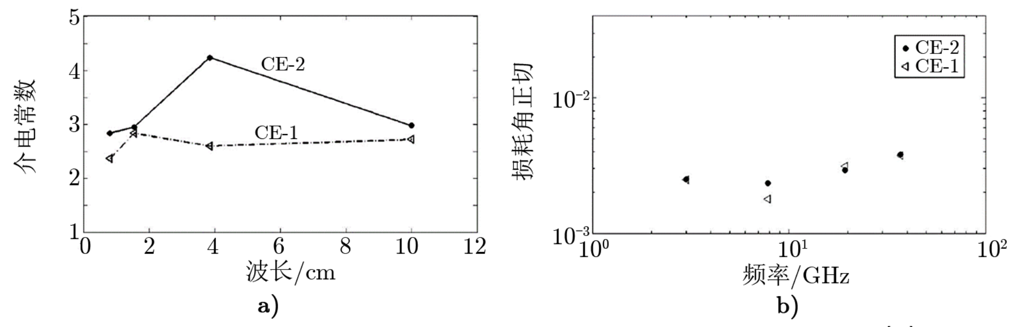


图 4　由嫦娥一号和二号亮温数据在月球赤道高地反演的有效复介电常数[22]

结果表明，由亮温数据反演的介电常数与频率有关。与 Apollo 15 号站点得到的介电常数相比，由高频通道得到的月球赤道高地地区的介电常数比较相似，而低频通道上的介电常数低很多。同时，损耗角正切也比 Apollo 15 号站点的结果低。作者认为，这个结果与赤道高地 FeO 和 TiO_2 含量减少的情况吻合，可能导致了较低的反射率和较高的发射率。

3.3 基于雷达就位探测

3.3.1 介电常数实部反演

1) 反射法

2013 年 12 月 14 日，我国发射的嫦娥三号 (CE-3) 降落在月球上的一个之前从未被探索过的 Mare Imbrium 西北部区域[23]。上面搭载的首个月球穿透雷达 (LPR)，用来探测月球风化层的厚度和月球地下结构。在探索月球风化层厚度之前，作者利用反射法计算了该地区的表层介电常数[23]。首先将月球的地下结构看作三个均匀的平面层，即真空层、表层和次表层。对于月球表层的介电常数，可由真空介电常数与反射信号幅值的关系计算得出，即

$$\varepsilon_r = \varepsilon_0 \left(\frac{1 - A_0}{1 + A_0}\right)^2 \quad , \tag{9}$$

其中，ε_0 为真空中的介电常数，A_0 为相对反射幅度，即表面反射幅度与入射信号幅度之间的比值。他们得到了在不同导航点之间的月壤介电常数的结果 (见图 5)。月球车走过的三个不同地段的介电常数分别为 2.95 ± 0.36, 2.83 ± 0.33 和 2.94 ± 0.34。同时，他们还得出在嫦娥三号着陆点的整体相对介电常数为 2.9 ± 0.4，此结果与 Apollo 月壤样品的测量结果高度吻合。

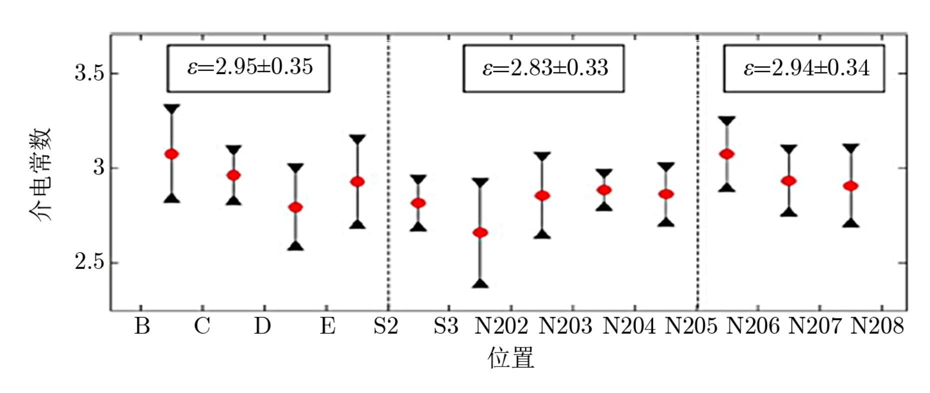


图 5 相邻两个导航点之间的月壤平均介电常数[23]

2) 双曲线拟合法

丁春雨[24]同样利用了嫦娥三号的 LPR 数据，利用双曲线拟合的方法反演月壤内部的介电常数。测月雷达在月表探测时，当电磁波遇到月壤内部石块等反射物体时，就会在雷达回波图上出现一个曲线的形状。文章根据电磁波传播过程与目标反射物之间的几何关系，推导出一个双曲线的表达式，从而反演出月壤内部介电常数。

如图 6 所示，根据直角三角形的几何关系，电磁波从发射到接收所用的时间 t 表示为：

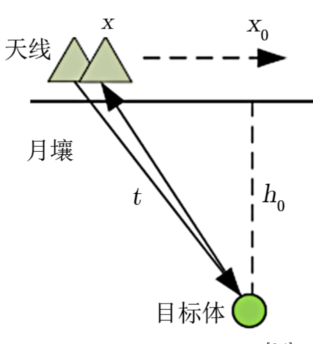


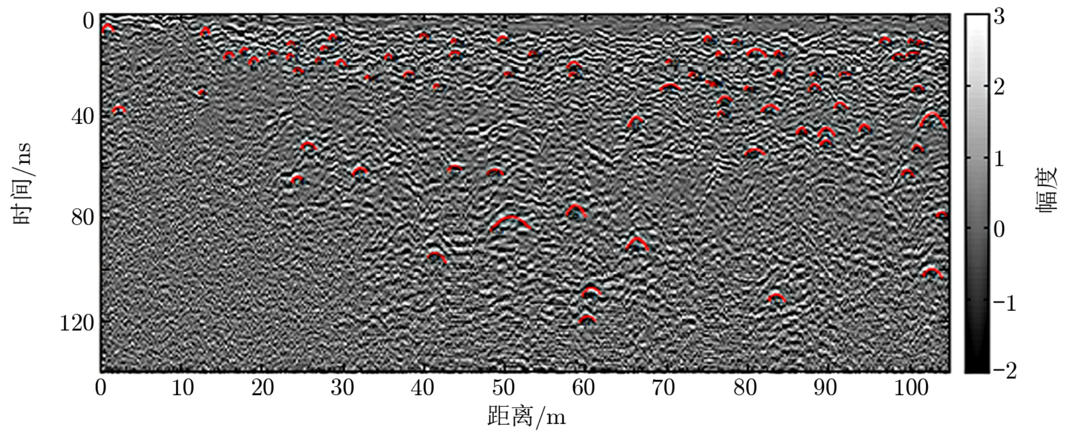
图 6 探测目标模型[34]

$$t = t_0 + \frac{2}{v}\sqrt{(x-x_0)^2 + h_0^2} \quad , \tag{10}$$

其中，t_0 是电磁波在空气中传播的时间，在这个模型中可以忽略不计，x_0 是目标物正上方的位置，h_0 是目标体的深度，x 为雷达所在的位置，v 为电磁波在月壤中传播的速度。这个等式可以转化为一个双曲线的表达式，即

$$\frac{(t-t_0)^2}{a^2} - \frac{(x-x_0)^2}{b^2} = 1 \quad , \tag{11}$$

其中 $a = 2h_0/v$, $b = h_0$。根据这个表达式，只需要输入双曲线上的点坐标 (t, x) 就可以拟合得到剩余的参数，即目标深度 h_0 和电磁波传播速度 v。最后，根据点电常数和电磁波在介质中的传播速度关系 $\varepsilon_r = (c/v)^2$ 便可得到介电常数。文章在 LPR 雷达回波图上手工选取的双曲线与反演得到的介电常数分布结果见图 7 和图 8。



注：其中双曲线个数为 75。

图 7 双曲线法反演测月雷达高频通道数据[24]

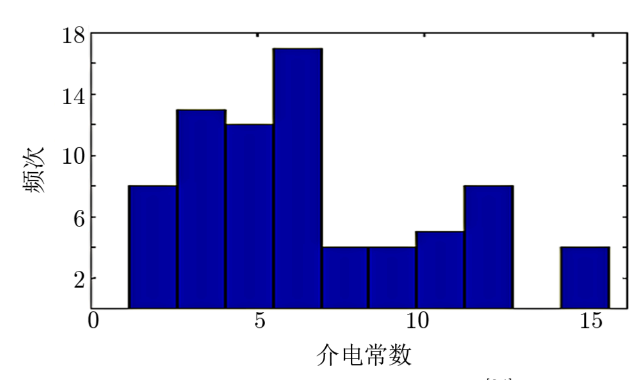
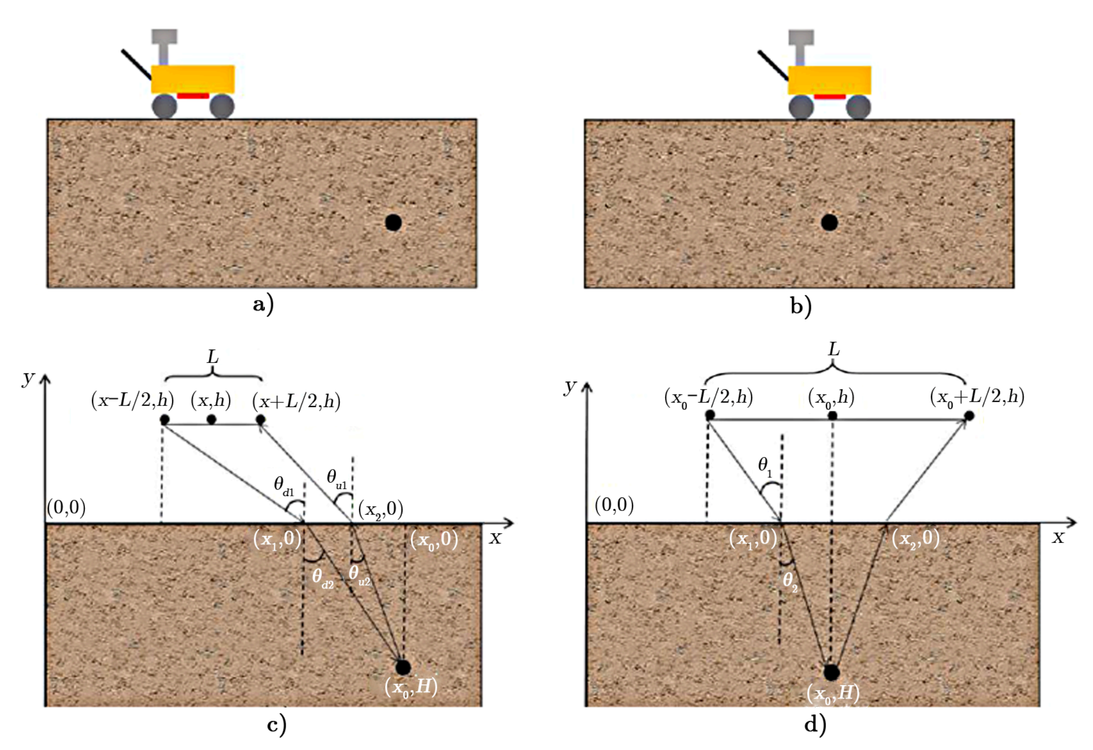


图 8 双曲线反演介电常数结果[24]

作者共选取了 75 个双曲线。根据反演结果表明，在嫦娥三号着陆地 Mare Imbrium 西北部区域，月壤内部的介电常数为 1.5 ~ 16.4，大多数分布于 2 ~ 8 之间。这个结果也符合 Apollo 采样的月壤层内部介电常数的测试结果。

3) 优化双曲线拟合法

2019 年 1 月 3 日，我国发射的嫦娥四号 (CE-4) 成功降落在南极 Aitken (South Pole-Aitken) 盆地内的 Von Kármán 陨石坑，实现首次月球背面的软着陆[23]。与嫦娥三号类似，嫦娥四号上面同样搭载了 LPR，用来探测月球的地下结构。Wang 等人[10] 在反演月壤内部介电常数时，在基于双曲线拟合的方法上，提出了一种更适合 LPR 数据的介电常数反演方法。作者认为，传统的双曲线拟合方法是假设天线靠近月球表面，并没有考虑 LPR 天线的高度和间距，只能从一条双曲线上得到一个等效的相对介电常数。于是，作者考虑了天线高度和间距的影响，提出了一种新的电磁传播模型和相对介电常数计算方法，该方法同样利用了电磁波传播过程与目标反射物之间的几何关系，只是加入了天线高度和间距两个参量。在这种新方法中，一旦确定了双曲线峰值点的位置，双曲线上的任意一个点都可以根据几何关系求得一个相对介电常数，从而得到这个曲线上所有点的平均介电常数。示意图见图 9。



注：a) 岩石水平远离月球车；b) 岩石位于月球车正下方；c) 和 d) 分别表示 a) 和 b) 中信号传播的路径。

图 9　电磁波传播过程示意图[10]

根据 Snell 定律，介电常数可以表示为：

$$\frac{\sin\theta_{d1}}{\sin\theta_{d2}}=\frac{\sin\theta_{u1}}{\sin\theta_{u2}}=\sqrt{\varepsilon_r}\quad, \tag{12}$$

其中，$\theta_{u1}, \theta_{u2}, \theta_{d1}, \theta_{d2}$ 分别为上行波和下行波的入射角和反射角。再根据图示的几何关系，分别用天线高度 h，天线间距 L，目标深度 H，入射点和反射点位置 x_1, x_2，目标正上方位置 x_0 和雷达位置 x 等参数表示 $\sin\theta_{d1}, \sin\theta_{d2}, \sin\theta_{u1}, \sin\theta_{u2}$，从而得到介电常数 ε。Wang 等人[10]将传统双曲线拟合与优化双曲线拟合法得到的介电常数结果进行对比，见图 10。根据传统双曲线拟合与新方法反演介电常数的结果对比表明，新方法得到的介电常数普遍比传统方法高，结果更加准确，尤其在浅层部分的改善更明显。

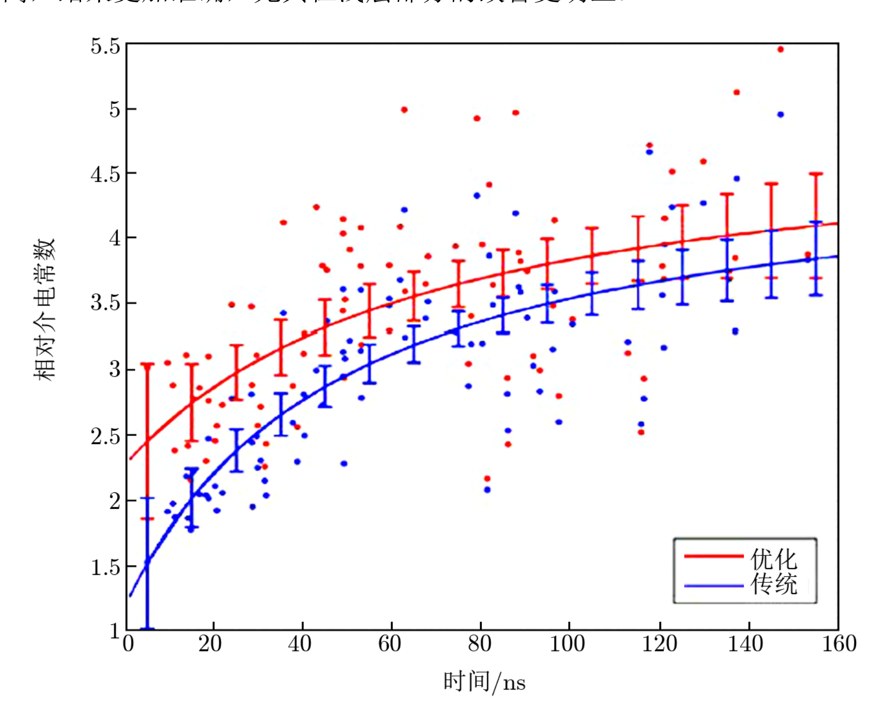


图 10 基于 LPR 数据的两种方法计算的相对介电常数结果[10]

4) 3D 速度谱分析法

Dong 等人[25]将 3D 速度谱应用于嫦娥四号的 LPR 数据上，并结合双曲线拟合的方法进行介电常数反演。3D 速度谱可以在雷达图上自动搜索双曲线，并利用具有软阈值函数的速度轴的最大值，得到每个双曲线的水平位置、双向反射时间和速度。为了获得 3D 速度谱，文章应用了叠加幅度的归一化表达式，即

$$C_{i,j,k} = \frac{1}{N_i L} \sum_{l=i}^{L+i-1} \left[\frac{S_{i,j,k}^2}{\sum_{j=1}^{N} f^2(t_{i,j,k}, x_j)} \right] \quad , \tag{13}$$

其中，$i = 1, 2, 3, \cdots, nt$，$j = 1, 2, 3, \cdots, nx$，$k = 1, 2, 3, \cdots, nv$，nt, nx, nv 分别表示每条轨迹的采样点数量、轨迹数和计算得到速度的数量，N_i 表示第 i 次选择的水平计算区域大小，L 表示时间门，x_j 表示双曲线的第 j 个点与极值点之间的水平距离，$t_{i,j,k}$ 表示第 j 个点的双向传输时间，$S_{i,j,k}$ 是归一化之前的叠加幅度。$C_{i,j,k}$ 就是 3D 数据，它的局部最大值

表示了双曲线顶点的时间、水平位置和速度。最后，根据 $\varepsilon_r = (c/v)^2$ 便可得到介电常数。根据 3D 速度谱自动选出的双曲线和介电常数结果如图 11 和 12 所示。图中，30 个双曲线被自动选出来，每个双曲线的顶点都是沿速度轴方向的局部最大值。根据得到的介电常数结果表明，文章研究的区域介电常数大部分在 3 ~ 5.5 之间。而之前的研究表明，月球玄武岩的相对介电常数约为 8[26]。因此，作者认为，根据他们获得的速度和相对介电常数的结构，他们研究的区域为月球分化层。

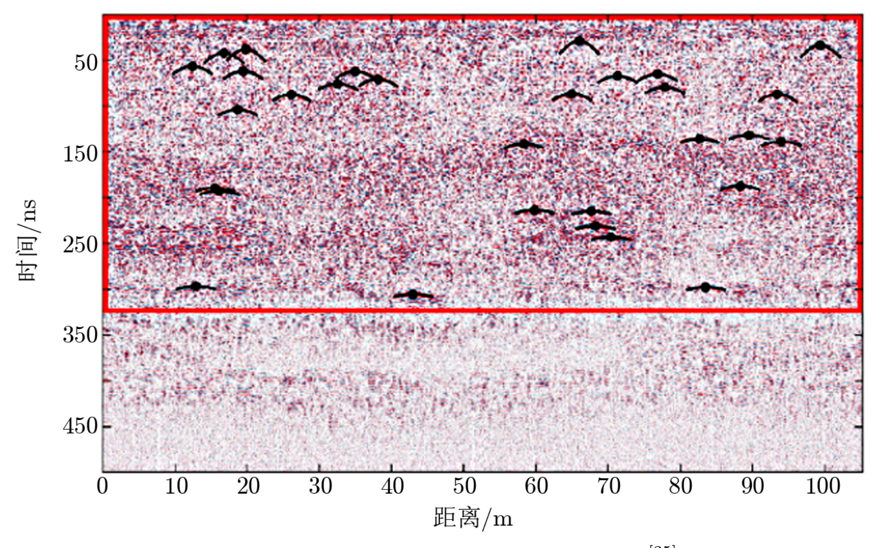


图 11　LPR 数据雷达图及选出的双曲线[25]

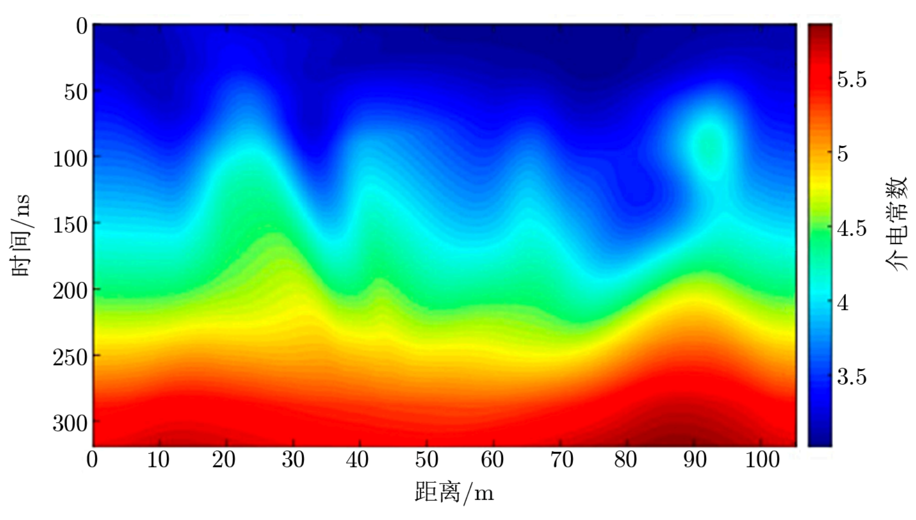


图 12　月球次表层相对介电常数结果[25]

3.3.2 损耗角正切反演

1) 能量衰减法

以上几种方法都是反演出了复介电常数的实部，而想要得到虚部，就需要反演出损耗角正切。2019 年，Lai 等人[27]利用信号能量衰减的方法来计算嫦娥四号着陆地月壤细粒风化层的损耗角正切。他们采用 Skolnik 的雷达公式[28]，表示为：

$$\frac{P_r}{P_t}=\frac{G^2\lambda^2\zeta}{(4\pi)^3R^4}\mathrm{e}^{-4\alpha R} \quad , \tag{14}$$

其中，P_r 是接收的能量，P_t 是发射的能量，G 为系统增益，λ 为介质中的波长，ζ 是散射截面，R 是传播距离，$\mathrm{e}^{-4\alpha R}$ 表示介质中的损耗。在进行反向散射校正时，要考虑三种反射目标模型[29]，即对于光滑平面的反射，$P_r/P_t\propto 1/R^2$；对于离散散射，$P_r/P_t\propto 1/R^4$；介于两者之间的情况，$P_r/P_t\propto 1/R^3$。根据双向距离于 dB 功率的线性最小二乘法拟合得到衰减 η (dB/m)，最后损耗角正切可由以下推导的公式得到：

$$\tan\delta=\frac{\eta}{9.1\times10^{-8}\sqrt{\varepsilon_r f}} \quad . \tag{15}$$

根据推导出来的公式，作者得到月壤细粒风化层的损耗角正切结果，如图 13 所示。

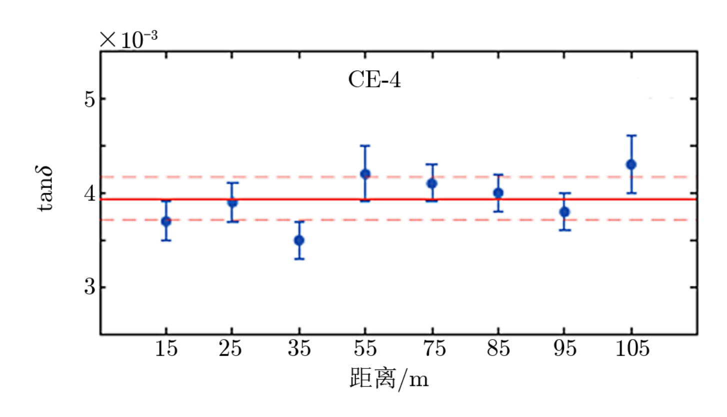


图 13 损耗角正切计算结果[27]

结果显示，玉兔 2 号月球车从 0 ～ 105 m 的行走路径中，细粒风化层的损耗角正切平均值为 0.003 9 ± 0.000 2，这个结果与 Apollo 月球土壤样品实验室测量结果大致吻合，处于下限范围。2021 年，Lai 等人[30]再次研究了嫦娥四号着陆点月壤的损耗角正切，但不同的是，他们主要估计了在 12 ～ 18 m 深度范围内月壤粗粒材料的损耗角正切。与 2019 年提出的方法类似，作者同样也运用了信号能量衰减的方法，并用 Stochastic Media 模型和对三种反射目标仿真模型验证了此方法的可行性。仿真结果表明，当传播的介质均匀且散射很小时，得到的介电常数值更接近于真实设置的值，且误差为 15%。根据这个方法，文章得出在嫦娥四号着陆点的月壤粗粒材料的平均损耗角正切为 0.010 4 ± 0.002 7，远高于 2019 年得到的上层细粒风化层损耗角正切的值，这表明月壤两层的组成材料有所不同。

2) 频率偏移法

Li 等人[31]使用频率偏移方法计算了嫦娥四号着陆点细粒风化层的损耗角正切。大地相当于一个低通滤波器，随着电磁波向地下传输，中心频率会发生偏移，这个现象与截止的损耗角正切有关。因此，通过时频分析获得瞬时频率，再结合得到的斜率就可以计算出损耗角正切。计算公式如下：

$$\tan\delta = -8\frac{k_f}{\pi f_0^2} \quad , \tag{16}$$

式中，k_f 代表中心频率随时间变化的斜率，f_0 代表原始中心频率。根据这个公式，作者计算了 0 ∼ 450 ns 的双向行走时间的频率衰减，从而得到了在此时间段内整个雷达部分的损耗角正切的平均值为 $(5 \pm 2) \times 10^{-3}$。这个结果与 Lai 等人[27] 得到的结果 (0.0039 ± 0.0002) 非常相近。

4 介电常数的应用

反演介电常数是研究人员对月壤进行深入研究的基础工作。介电常数可以用来进行时深转换，将雷达电磁波在月壤传播的时间转换为月壤的深度，从而计算出月壤厚度。此外，由于雷达原始信号的信噪比较低，根据直接得到的雷达剖面图无法清晰判断出地下石块分布等地质结构信息，这种情况下就需要进行偏移处理。而介电常数是偏移处理过程中一个关键的参数，嫦娥三号和四号上的 LPR 雷达在探测月球地质结构时将反演出的介电常数用于 F-K 偏移和 Kirchhoff 偏移等方法，提高了偏移后雷达剖面图的信噪比，得到了清晰的石块分布和分层结构[32, 33]。因此，介电常数在研究月壤物理特性、反演月壤厚度和探索月壤分层结构中，起着关键的作用。

4.1 月壤物理特性研究

介电常数最基本的用途是用于研究月壤的物理特性，如密度、钛铁含量等。在已知月壤介电常数的情况下，人们可以根据 Olhoeft 和 Strangway[14] 推导出的关于月壤介电常数的经验公式，计算出月壤的密度。此外，介电常数也能反映出月壤的钛铁含量。研究人员根据经验公式，利用得到的介电常数，计算出月壤中的钛铁含量，从而对月壤材料的组成有更清晰的了解[22]。

4.2 月壤厚度反演

反演介电常数的主要应用之一就是反演月壤厚度。例如，一些研究人员通过双曲线反演嫦娥三号着陆区的月壤介电常数，估算了着陆区月壤的密度和厚度[34]。他们认为，月岩或硅酸盐的介电常数表现为密度的函数，因此他们通过这种函数关系得到了月壤的密度。同时，他们利用对密度和深度的回归分析得到了一个最佳拟合曲线，从而得到月壤的深度。他们发现，在着陆区附近的月壤厚度都比较小，有接近一半的新鲜撞击坑所处的月壤厚度为 2 ∼ 3 m，且着陆区最大平均厚度不超过 8 m。

4.3 月壤分层结构研究

反演介电常数有助于研究人员探索月壤内部的分层结构。例如，根据嫦娥四号数据反演得到的介电常数，Iraklis 等人[35]研究发现，在月球风化层的前 10 m 有四层层状结构。他们发现第一层和第三层的介电常数相对较低，而第二层和第四层的介电常数高达 10，因此，他们根据不同的介电常数得到了在嫦娥四号着陆区月壤前 10 m 的四个层状结构。

5 总结与展望

从 20 世纪中叶以来，人类对月球的探索就从未停止过。介电常数作为研究月球的重要参数之一，对人类了解月壤的介电特性、探索月壤厚度和次表层结构都起到至关重要的作用；介电常数的反演对月球资源的勘探、开发和利用都有重要的意义。本文回顾了 20 世纪以来国内外研究人员对月球表面和内部介电常数的不同反演方法和结果，包括月壤样品测量、微波遥感测量和雷达就位测量。

相比之下，对 Apollo 采集的样品直接测量介电常数是最精确最直接的，但由于采集的样品有限，科研人员只能研究 Apollo 号着陆地区采样点的介电常数。而且，实验室环境与月球上的环境有所差别，从而影响了介电常数测量结果的准确性。相对于直接测量样品方法的地域限制问题，利用微波遥感可以测量月球大范围的介电常数，甚至可以估计整个月表的介电常数。然而，这种方法的空间分辨率低于雷达就位检测的分辨率。在利用嫦娥三号和四号研究月球的介电常数时，反射法可以测量月球表面的介电常数，双曲线拟合法可以反演月球次表层的介电常数。优化双曲线拟合和 3D 速度谱分析法都是基于经典双曲线拟合的方法，优化双曲线拟合考虑了天线的间距和高度，使结果更精确，而 3D 速度谱分析法则是通过 3D 速度谱自动选取双曲线，提高了之前手动选取双曲线的效率。同时，研究人员可以利用反演出的介电常数，反演月球风化层厚度，进行偏移成像，探索月壤里的分层结构。

基于之前国内外对介电常数的探索，希望可以为我国后续对月球的探索，以及火星和其他太阳系天体的介电常数的探索提供参考和借鉴。

(1) 2020 年 11 月 24 日，我国嫦娥五号探测器成功发射，并带回了 2 kg 的月壤样品，成为第三个成功采集月壤的国家。因此，之前对月壤介电常数的反演就可以为嫦娥五号采集的样品介电常数检测提供参考，对比检测结果。

(2) 月壤介电常数的反演方法，可以为我国学者对火星及其他太阳系天体介电常数的计算提供帮助。2020 年 7 月 23 号，我国天问一号发射成功。上面搭载的火星车于 2021 年 5 月开始对火星表面形貌、土壤特性等进行探测。因此，在月壤上使用的介电常数反演方法可以为估计火星介电常数提供借鉴，帮助我国更快了解火星土壤介电特性，反演出火星次表面结构。

(3) 基于对介电常数反演方法的研究，我国科研人员可以改进估计介电常数的方法，并探索更多新方法，使得介电常数的测量结果更精确。

随着科技的进步，我国加快了对月球、火星及其他太阳系天体探索的步伐。国内外对介

电常数的研究方法可以让我们少走弯路。当然，在借鉴方法的同时，我们也要开发出更多的新方法，使介电常数反演结果更精确。

参考文献：

[1] Carrier W D, Olhoeft G R, Mendell W. Lunar Sourcebook. England: Cambridge University Press, 1991: 475
[2] 欧阳自远. 月球科学概论. 北京: 中国宇航出版社, 2005: 1
[3] 丁春雨, 刘凯军, 黄少鹏, 等. 地质学报, 2021, 95: 17
[4] Srivastava V, Lim S, Anand M. Space Policy, 2016, 37: 5
[5] Dielectric Materials. http://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/dielectrics/dielectric_constant.php, 2016
[6] Jol H M. Ground Penetrating Radar: Theory and Applications. Amsterdam: Elsevier, 2008: 4
[7] Oghbaei M, Mirzaee O. Alloys Compd, 2010, 494: 15
[8] Olhoeft G R, Strangway D W, Frisillo A L. Proceeding of the Lunar Science Conference, 1973, 4: 17
[9] Harbi H, McMechan G. Geophysics, 2012, 77: 16
[10] Wang R, Su Y, Ding C, et al. Remote Sensing, 2021, 13(18): 15
[11] Bussey H E. Lunar and Planetary Science Conference, 1979, 24: 11
[12] Bassett H L, Shackelford G R. Proceedings of the Lunar Science Conference, 1972, 3: 4
[13] Bussey H E. Lunar and Planetary Science, 1978, 2: 1414
[14] Olhoeft G R, Strangway D W. Earth & Planetary Science Letters, 1975, 24(3): 11
[15] Fa W, Jin Y. Journal of Geophysical Research, 2007, 112: 13
[16] Ono T, Kumamoto A, Nakagawa H, et al. Science, 2009, 323(5916): 4
[17] Ishiyama K, Kumamoto A, Ono T, et al. Journal of Geophysical Research: Planets, 2013, 118(7): 15
[18] Oshigami S, Yamaguchi Y, Yamaji A, et al. Geophysical Research Letters, 2009, 36(18): 9
[19] Verma N, Mishra P, Purohit N. arXiv e-prints, 2021, 2105: 5
[20] Cloude S R, Goodenough D G, Chen H. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2012, 9: 5
[21] Shkuratov Y G, Kaydash V G, Opanasenko N V. Icarus, 1999, 137: 13
[22] Gong X, Paige D A, Siegler M A, et al. Geoscience & Remote Sensing Letters, 2014, 12(2): 5
[23] Dong Z, Fang G, Ji Y, et al. Icarus, 2017, 282: 7
[24] 丁春雨. 博士论文. 北京: 中国科学院国家天文台, 2017: 122
[25] Dong Z, Feng X, Zhou H, et al. Remote Sensing, 2020, 12(4): 629
[26] Sen P N, Scala C, Cohen M H. Geophysics, 1981, 46: 15
[27] Lai J, Xu Y, Zhang X, et al. Geophysical Research Letters, 2019, 46: 11
[28] Skolnik M I. Introduction to Radar Systems. New York: McGraw Hill, 2001: 3
[29] Grimm R E, Heggy E, Clifford S, et al. Journal of Geophysical Research, 2006, 111: 15
[30] Lai J, Cui F, Xu Y, et al. Remote Sensing, 2021, 13(20): 4056
[31] Li C, Su Y, Pettinelli E, et al. Science Advances, 2020, 6(9): 19
[32] Zhang L, Zeng Z, Jing L, et al. Icarus, 2019, 321: 148
[33] Li J, Chen Y, Zeng Z. IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2020, 99: 5
[34] 封剑青. 博士论文. 北京: 中国科学院国家天文台, 2015: 132
[35] Iraklis G, Zhou F, Craig W, et al. Essoar, 2021,1002: 15

The Methods of Calculating Lunar Regolith Dielectric Constants and Their Applications

LIU Shu-ning[1,2,3], SU Yan[1,2,3], ZHANG Zong-yu [1,2,3], DAI Shun[1,2], HONG Tian-sheng[1,2,3], LIU Chen-di[1,2,3], DU Wei[1,2,3], WANG Rui-gang[1,2,3]

(1. National Astronomical Observatories, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China; 2. Key Laboratory of Lunar and Deep Space Exploration, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China; 3. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Exploring the moon is the first step of human exploration in space. The dielectric constant is used to describe the ability of a material to store and release energy in an applied electric field, and the measurement of the dielectric constant of lunar regolith is helpful for human beings to explore the thickness and subsurface structure of lunar soil and understand the origin and evolution history of the moon. The dielectric constant of the moon's surface and interior is mainly measured through three methods: direct detection of lunar soil samples, microwave remote sensing detection, and radar in-situ detection. This article mainly introduces some methods of calculating the lunar dielectric constants, their results and basic applications of dielectric constants. Additionally, it also mentions both advantages and disadvantages of these methods and compares the precision of their results. Finally, based on previous researches, this paper prospects for detecting the dielectric constant of the lunar regolith samples collected by Chang'e 5, and it also looks forward to the progress of studying the dielectric constant of Mars.

Key words: lunar; dielectric constant; microwave remote sensing detection; radar in-situ detection